

*Corol. 1.* Est igitur resistentia in loco infimo  $C$  ad vim gravitatis, ut area  $\frac{OP}{OQ}$   $IEF$  ad aream  $PINM$ .

*Corol. 2.* Fit autem maxima, ubi area  $PIHR$  est ad aream  $IEF$  ut  $OR$  ad  $OQ$ . Eo enim in casu momentum ejus (nimirum  $PIGR - Y$ ) evadit nullum.

*Corol. 3.* Hinc etiam innotescit velocitas in locis singulis: quippe quæ est in dimidiata ratione resistentiæ, & ipso motus initio æquatur velocitati corporis in eadem Cycloide absque omni resistentia oscillantis.

Cæterum ob difficilem calculum quo resistentia & velocitas per hanc Propositionem inveniendæ sunt, visum est Propositionem sequentem subjungere, quæ & generalior sit & ad usus Philosophicos abunde satis accurata.

Prop. XXX. Theor. XXIII.

*Si recta a B æqualis sit Cycloidis arcui quem corpus oscillando describit, & ad singula ejus puncta D erigantur perpendiculara DK, quæ sint ad longitudinem Penduli ut resistentia corporis in arcus punctis correspondentibus ad vim gravitatis: dico quod differentia inter arcum descensu toto descriptum, & arcum ascensu toto subsequente descriptum, ducta in arcum eorundem semisummam, æqualis erit area BKaB a perpendicularis omnibus DK occupata, quamproxime.*

Exponatur enim tum Cycloidis arcus oscillatione integra descriptus, per rectam illam sibi æqualem  $aB$ , tum arcus qui describeretur in vacuo per longitudinem  $AB$ . Bisecetur  $AB$  in  $C$ , & punctum  $C$  repræsentabit infimum Cycloidis punctum, & erit  $CD$  ut vis a gravitate oriunda, qua corpus in  $C$  secundum Tangentem Cycloidis urgetur, eamque habebit rationem ad longitudinem Penduli quam habet vis in  $D$  ad vim gravitatis. Exponatur igitur vis illa per longitudinem  $CD$ , & vis gravitatis per longitudinem penduli; & si in  $DE$  capiatur  $DK$  in ea ratione ad longi-

longitudinem penduli quam habet resistentia ad gravitatem, erit  $DK$  exponens resistentiæ. Centro  $C$  & intervallo  $CA$  vel  $CB$  construatur semicirculus,  $BEeA$ . Describet autem corpus tempore quam minimo spatium  $Dd$ , & erectis perpendicularis  $DE$ ,  $de$  circumferentiæ occurrentibus in  $E$  &  $e$ , erunt hæc ut velocitates quas corpus in vacuo, descendendo a puncto  $B$ , acquireret in locis  $D$  &  $d$ . Patet hoc per Prop. LII.

Lib. I. Exponantur itaq; hæ velocitates per perpendiculara illa  $DE$ ,  $de$ ; sitque  $DF$  velocitas quam acquirit in  $D$  cadendo de  $B$  in Medio resistente. Et si centro  $C$  & intervallo  $CF$  describatur circulus  $FfM$  occurrens rectis  $de$  &  $AB$  in  $f$  &  $M$ , erit  $M$  locus ad quem deinceps absque ulteriore resistentia ascenderet, &  $df$  velocitas quam acquireret in  $d$ . Unde etiam si  $Fg$  designet velocitatis momentum quod corpus  $D$ , describendo spatium quam minimum  $Dd$ , ex resistentia Medii amittit, & sumatur  $CN$  æqualis  $Cg$ : erit  $N$  locus ad quem corpus deinceps absque ulteriore resistentia ascenderet, &  $MN$  erit decrementum ascensus ex velocitatis illius amissione oriundum. Ad  $df$  demittatur perpendicularum  $Fm$ , & velocitatis  $DF$  decrementum  $fg$  a resistentia  $DK$  genitum, erit ad velocitatis ejusdem incrementum  $fm$  a vi  $CD$  genitum, ut vis generans  $DK$  ad vim generantem  $CD$ . Sed & ob similia triangula  $Fmf$ ,  $Fhg$ ,  $FDC$ , est  $fm$  ad  $Fm$  seu  $Dd$ , ut  $CD$  ad  $DF$ , & ex æquo  $Fg$  ad  $Dd$  ut  $DK$  ad  $DF$ . Item  $Fg$  ad  $Fh$  ut  $CF$  ad  $DF$ ; & ex æquo perturbate  $Fh$  seu  $MN$  ad  $Dd$  ut  $DK$  ad  $CF$ . Sumatur  $DR$  ad  $\frac{1}{2} aB$  ut  $DK$  ad  $CF$ , & erit  $MN$  ad  $Dd$  ut  $DR$  ad  $\frac{1}{2} aB$ ; ideoque summa omnium  $MN \times \frac{1}{2} aB$ , id est  $Aa \times \frac{1}{2} aB$ , æqualis erit summæ omnium  $Dd \times DR$ , id est areæ  $B R r Sa$ , quam rectangula omnia  $Dd \times DR$  seu

R r

seu

